Práctica 6: Muestreo e Intervalos de Confianza

Parte 1: Muestreo

1. El salario X, dado en cientos de pesos, de hombres entre 55 y 65 años de cierta ciudad, tiene una distribución normal con E(X) = 20 (pesos) y V(X) = 9 (pesos cuadrados).

a) Calcule la probabilidad de que el salario de un hombre elegido al azar esté comprendido entre 19,7 pesos (en cientos) y 20,6 pesos (en cientos).

b) Si se extraen muestras de 100 hombres con edades comprendidas entre 55 y 65 años y se calcula el salario promedio $\bar{X}$, halle P(19,7 <$\bar{X}$ < 20,6).

2. De una muestra de una variable aleatoria X~N(***μ***;***σ***) con ***σ*** conocida, se sabe que $P(\bar{X} - \mu < 24) = 0{,}8461$. Calcular $P(\bar{X} - \mu < 2{,}11)$.

3. Un programa de entrenamiento para supervisores de línea de producción requiere de un número diferente de horas para terminarlo. Por experiencias anteriores se sabe el número de horas empleadas sigue una distribución normal con varianza igual a 4 hs^2. Si el 81,59% de los participantes requiere un número de horas inferior a 13,8:

a) Hallar la media de la población.

b) Si se toman muestras aleatorias de 25 supervisores y $\bar{X}$ es la media muestral, calcular P(11,2 < $\bar{X}$< 12,8).

c) ¿Cuál es el mínimo tamaño de muestra que debe tomarse si se quiere que la probabilidad de que la media $\bar{X}$ esté entre esos mismos valores sea por lo menos del 80%?

4. Después de cierto período de entrenamiento, el tiempo en segundos requerido por ciertas personas impedidas para realizar un ejercicio particular, es una variable aleatoria X con media de 25seg y desvío estándar de 5seg. Suponiendo que X se distribuye normalmente, si se toman muestras aleatorias de 25 individuos, hallar:

a) P(S^2 > 34,58)

b) P(S^2 < 16,31)

5. Sea X~N(***μ***;***σ***) y sea S^2 la varianza de muestras aleatorias de X de tamaño 40. Si se sabe que P(S^2 > 46,763) = 0,10, calcular el valor de ***σ***.

Parte 2: Intervalos de Confianza

6. De una variable aleatoria que tiene distribución normal con varianza 36, se extrae una muestra de tamaño 15 y se obtiene una media de 24.3. Hallar un intervalo de confianza del 99% para la esperanza de la variable aleatoria.

7. Las plantas de un invernadero tienen variabilidad en su altura de 2.56 cm^2. Se extrae una muestra al azar de 20 plantas y se obtiene una altura promedio de 10.6 cm.
a) Estimar, con un coeficiente de confianza del 90%, la altura media de las plantas del invernadero. Indicar las suposiciones necesarias para que la estimación sea válida.
b) Efectuar la misma estimación que en a), pero con una confianza del 95%.
c) Comparar los intervalos y extraer conclusiones.
d) Si la muestra es de 40 plantas y la media muestral es la misma, hallar un nuevo intervalo de confianza del 95% y comparar con el obtenido en el punto b).

8. El ingreso anual de trabajadores de la rama textil de cierta región se distribuye normalmente. La experiencia muestra además que su desvío estándar es $400. ¿Cuál es la cantidad mínima de trabajadores de la rama textil que tendrían que ser seleccionados si se quisiera estimar la media poblacional con un error máximo de $50 y un nivel de confianza de 0,95?

9. Se estimó la media de una población X~N(μ,σ) con el intervalo [38,1392; 41,8608]. Si se trabajó con una confianza del 98% y el tamaño de la muestra fue 25:
a) ¿Cuál es el desvío de la población?
b) Calcule el tamaño de muestra necesario para reducir la amplitud del intervalo a la mitad.

10. En una estación de servicio la cantidad de litros de nafta vendidos por cliente se distribuye normalmente. Con el fin de estimar las ventas medias por cliente, se seleccionó una muestra aleatoria de 25 clientes, obteniéndose un promedio de 20.35 litros y un desvío de 2.35 litros. Hallar un intervalo de confianza del 99% para las ventas medias por cliente.

11. Un intervalo de confianza para la esperanza de una variable aleatoria X~N(μ, σ), σ desconocido, tiene los siguientes extremos: 90,5 y 109,5.
Determinar la varianza muestral si el tamaño de la muestra es 9 y el coeficiente de confianza 0,98.

12. Se puso a prueba el rendimiento de una variedad de maíz tratado con un nuevo fertilizante, obteniéndose los siguientes rendimientos en Tn/Ha:

55 60 70 76 78 80 82 70 66 74

a) Hallar un intervalo de confianza del 95% para la varianza de la variable aleatoria.
b) Estimar, con un coeficiente de confianza del 99%, el rendimiento medio de esa variedad de maíz tratada con el nuevo fertilizante.
c) Si los límites del intervalo para el rendimiento medio fueran 71.1 +/- 7.8, determinar el coeficiente de confianza con que se trabajó, suponiendo que el desvío estándar muestral es 8.75 Tm/Ha.

13. En un aserradero se cortan varillas de madera cuya longitud es una variable aleatoria con distribución normal. Se miden 25 varillas al azar, obteniéndose $\bar{X}$=180 cm y S=10 cm . Hallar un intervalo de confianza de nivel 0.95 para la varianza.

14. Se estima la dispersión de una población tomando una muestra de tamaño 100, obteniéndose el siguiente intervalo de confianza [70,2405; 92,9341]. Si se trabajó con una confianza del 95%, encontrar la varianza de la muestra.

15. Para estimar la proporción de trabajadores desempleados en una determinada región, un economista seleccionó al azar una muestra de 400 personas de la clase trabajadora, de las cuales 80 no tenían trabajo. Hallar un intervalo de confianza del 0.98 para la verdadera proporción de trabajadores sin empleo.

16. Un fabricante asegura a una compañía que le compra un producto en forma regular, que el porcentaje de productos defectuosos no es mayor del 5%. La compañía decide comprobar la afirmación del comerciante seleccionando al azar de su inventario 200 unidades de este producto y probándolas. En la muestra encuentran 19 unidades defectuosas.

a) Construya un intervalo de confianza del 0.95 para la verdadera proporción de unidades defectuosas.
b) ¿Tiene razones la compañía para sospechar de la afirmación del fabricante?

Parte 3: Intervalos de Confianza con dos poblaciones

17. En un hospital se realiza un estudio sobre la influencia del estrés en el peso de los bebés al nacer. Se consideran dos grupos de mujeres embarazadas: aquellas que viven en el campo y aquellas que viven en la ciudad, y se obtienen los siguientes datos sobre el peso de sus hijos:

	Muestra	Peso medio bebes	Desvío estándar
Campo	320	3,8	0,6
ciudad	240	3,4	0,8

Decide cómo influye que la madre viva en el campo o en la ciudad en el peso de su hijo al nacer, utilizando un intervalo de confianza para la diferencia de medias con un nivel de confianza del 95%.

18. Supongamos que se extrae una muestra con 32 casos de la ciudad A y 24 casos de la ciudad B de hogares con pileta. Las medias muestrales son 3,8 y 3,4 respectivamente. Las varianzas muestrales son 0,36 y 0,48 respectivamente. Si la distribución de hogares con pileta es Normal, ¿cuál es el IC al 99% para la diferencia de las medias?

19. Se cree que la osteoporosis está relacionada con el sexo. Para ello se elige una muestra de 100 hombres de más de 50 años y una muestra de 200 mujeres en las mismas condiciones. Se obtiene 50 hombres y 40 mujeres con algún grado de osteoporosis. ¿Qué podemos concluir con una confianza del 95 %?

Respuestas

Parte 1: Muestreo

1. a) 0,1191 B) 0,8185
2. 0,5359
3. a) $\mu = 12$ b) 0,9544 c) $n \geq 11$

4. a) 0,1 b) 0,1
5. $\boldsymbol{\sigma}$ = 6

Parte 2: Intervalos de Confianza

6. $P(20{,}31 < \mu < 28{,}29)$
7. a) $P(10{,}01 < \mu < 11{,}19)$ b) $P\ (9{,}9 < \mu < 11{,}3)$ d) $P\ (10{,}1 < \mu < 11{,}09)$
8. n≥246
9. a) σ=4 b) n = 100
10. $P\ (19{,}0354 < \mu < 21{,}6646)$
11. s^2=96,86
12. a) $P\ (36{,}22 < \sigma^2 < 255{,}2)$ b) $P\ (62{,}11 < \mu < 80{,}09)$ c) α =0, 01
13. $P(60{,}97 < \sigma^2 < 193{,}53)$
14. s^2 = 6398,8955 ≅ 6400
15. $P(0{,}1535 < p < 0{,}2465)$
16. a) $P(0{,}0544 < p < 0{,}1356)$ b) sí, hay razones para sospechar de la afirmación del fabricante

Parte 3: Intervalos de Confianza con dos poblaciones

17) $P\big(0{,}279 \leq (\mu_x - \mu_y) \leq 0{,}520\big)$
18) $P\big(-0{,}062 \leq (\mu_x - \mu_y) \leq 0{,}86\big)$
19) $P(0{,}1874 \leq (p_A - p_B) \leq 0{,}4125)$